нечна, то случайная величина $S_n = n^{-1}(X_1 + \ldots + X_n)$ имеет приблизительно нормальное распределение со средним p и дисперсией $\sigma^2 n^{-1}$, т. е. при $a_n = pn + a\sigma n^{1/2}$, $b_n = pn + b\sigma n^{1/2}$ и $a < b$ вероятность события A_n стремится с ростом n к $\Phi(b) - \Phi(a)$. Т. о., для сходимости распределения случайной величины $n^{1/2}(S_n - p)$ к нормальному достаточно лишь наличия у слагаемых X_k конечной дисперсии, а в остальном вид распределения X_k не важен; этим объясняется широта распространения нормального распределения в практич. применениях В. т. Не менее естеств. образом при суммировании случайных величин с бесконечной дисперсией в качестве предельных распределений появляются *устойчивые распределения*, отличные от нормального (напр., *Коши распределение*). На практике весьма полезны и т. п. теоремы о больших отклонениях, к-рые позволяют с высокой относит. точностью аппроксимировать малые вероятности. Осн. метод доказательства предельных теорем основан на использовании *характеристических функций*. Аналогичные предельные теоремы доказаны и для случайных векторов (в т. ч. бесконечномерных), известны также предельные теоремы для объектов более общей алгебраич. природы: случайных матриц, элементов группы и т. д. Кроме того, можно ослабить условие независимости X_k.

Случайные процессы. Одним из осн. разделов В. т. является теория *случайных процессов* и полей, важность к-рой обусловлена огромным кол-вом её приложений. Случайным процессом наз. однопараметрич. семейство случайных величин $X(t)$. В большинстве приложений параметр t является временем, и термин «случайный процесс» относится именно к этому случаю; когда одномерный параметр t не имеет смысла времени, часто говорят о *случайной функции*, а в случае многомерного t — о случайном поле. Если параметр t целочисленный, то случайный процесс наз. случайной последовательностью или временны́м рядом. Случайный процесс, как и случайную величину, можно охарактеризовать его распределением; для этого достаточно задать его конечномерные распределения, т. е. совокупность совместных распределений случайных величин $X(t_1)$, $X(t_2)$, ..., $X(t_n)$ для всевозможных t_1, t_2, ..., t_n и n. Для случайных процессов, как и для случайных величин, доказано большое кол-во предельных теорем (иногда их наз. функциональными предельными теоремами).

Наиб. развита теория двух спец. классов случайных процессов, к-рые в то же время чаще всего встречаются в применениях: *марковских случайных процессов* и *стационарных случайных процессов*. Случайный процесс наз. марковским (или процессом без последействия), если для любых $t_1 \leqslant t_2$ условное распределение $X(t_2)$ при условии, что известно поведение $X(t)$ при $t \leqslant t_1$, зависит только от значения $X(t_1)$ (т. е. «будущее» при фиксиров. «настоящем» от «прошлого» не зависит). Такие процессы являются естеств. обобщением детерминиров. процессов, рассматриваемых, напр., в классич. механике, для к-рых состояния системы в моменты времени $t \geqslant t_1$ однозначно определяются её состоянием в момент t_1; мн. задачи для марковских процессов сводятся к дифференц. ур-ниям для ф-ций, определяющих распределения вероятностей процессов.

Стационарность случайного процесса означает неизменность во времени его вероятностных закономерностей. В В. т. рассматривают два вида стационарности: стационарность в узком смысле, когда конечномерные распределения инвариантны относительно сдвига времени, и стационарность в широком смысле, когда от времени t не зависят лишь матем. ожидания $\mathbf{M}X(t)$ и $\mathbf{M}X(t+s)X(t)$. На практике чаще используют предположение о стационарности в широком смысле.

Важнейшей областью применения результатов В. т. и источником новых задач для неё является математическая статистика — раздел математики, посвящённый матем. методам обработки и использования статистич. данных. Типичными для матем. статистики являются задачи, в известном смысле обратные задачам В. т.: если в последней, напр., требуется, зная «природу» случайного явления (распределение соотв. вероятностей), указать, как будут себя вести наблюдаемые в эксперименте характеристики этого явления, то в матем. статистике, наоборот, требуется по эксперим. данным сделать выводы о природе случайного явления. Осн. задачами матем. статистики являются *статистическое оценивание* и проверка *статистических гипотез*.

Лит.: Гнеденко Б. В., Курс теории вероятностей, 5 изд., М., 1969; Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения, пер. с англ., т. 1—2, [3 изд.], М., 1984; Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В., Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений, 3 изд., М., 1969; Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., Теория вероятностей, 2 изд., М., 1973; Боровков А. А., Теория вероятностей, М., 1976.

К. А. Боровков.

ВЕРОЯТНОСТЬ — основное понятие матем. *вероятностей теории*, количественная характеристика возможности наступления события A при определённых (неограниченно воспроизводимых) условиях C. Каждая реализация (возможно, мысленная) условий наз. экспериментом, опытом или испытанием, наступление события A — благоприятным исходом, а ненаступление события A — неблагоприятным исходом испытания.

Понятие В. имеет смысл не для всех случайных событий, а лишь для тех из них, к-рые обладают статистич. однородностью, или устойчивостью, образуя *статистический ансамбль*. Понятие статистич. ансамбля используют в вероятностной интерпретации *квантовой механики*, *статистической физике*. В классич. механике предполагают, что состояния системы с неточно заданными нач. условиями обладают статистич. однородностью. Универсального, математически строгого определения статистич. устойчивости не существует.

Если общее число равновероятных исходов конечно, то В. $P(A)$ наступления события A вычисляют на основе «классического» определения как отношение числа m благоприятных исходов к общему числу испытаний n: $P(A) = m/n$. Та же идея, по существу, лежит в основе др. определений В., обобщающих «классическое» на случай бесконечного (дискретного или континуального) множества возможных исходов.

Так, если в потенциально бесконечной (т. е. неограниченно продолжаемой) серии испытаний событие A в первых n испытаниях наступает m раз, то В. $P(A)$ определяют как $P(A) = \lim\limits_{n \to \infty}(m/n)$.

Если множество возможных исходов не дискретно, а континуально, то В. $P(A)$ события A определяют как отношение меры Лебега подмножества благоприятных исходов к мере Лебега множества всех исходов.

Лит. см. при ст. *Вероятностей теория.* *Ю. А. Данилов.*

ВЕРШИНА в Фейнмана диаграммах — элементарный графич. символ, описывающий взаимодействие квантовых полей. Наглядно изображает акт локального элементарного взаимодействия частиц — квантов этих полей. По правилам Фейнмана, В. соответствует структуре лагранжиана взаимодействия данных полей (см. табл. к ст. *Фейнмана диаграммы*).

Д. В. Ширков.

ВЕРШИННАЯ ЧАСТЬ (вершинная функция) — одна из осн. ф-ций в квантовой теории поля, характеризующая взаимодействие между квантовыми полями; содержит все *радиационные поправки*. В *перенормированной теории возмущений* В. ч. определяется как сумма вкладов, отвечающих сильно связным *Фейнмана диаграммам* с числом и типом внеш. линий, определяемых соответствующей вершиной в правилах Фейнмана.

Так, напр., В. ч. $\Gamma_\mu(p, p'; q)$ в квантовой электродинамике определяется суммой (перенормированных) вкладов, к-рые, по правилам Фейнмана, изображаются диаграммами (рис.) и представляются в виде степен-