их неустойчивости. При этом Д. у. составляется для линеаризов. ур-ний, описывающих малые отклонения от стационарного состояния. По виду Д. у. можно определить тип неустойчивости: если действительным k соответствуют комплексные значения ω ($\text{Im}\,\omega<0$), то имеет место *абсолютная неустойчивость* системы, если действительным ω соответствуют комплексные значения k ($\text{Re}\,k\cdot\text{Im}\,k>0$), неустойчивость является конвективной (см. *Неустойчивость в колебательных и волновых системах*).

Существует обобщение Д. у. на существенно нелинейные стационарные волновые процессы (периодические нелинейные волны или уединённые волны — *солитоны*). В этом случае нелинейное Д. у. связывает амплитуду стационарной волны с её структурными параметрами — характерными временами и масштабами (см. *Нелинейные колебания и волны*).

При квантовом подходе Д. у. приобретает смысл соотношения между энергией $\mathcal{E}=\hbar\omega$ и импульсом $p=\hbar k$ (см. *Дисперсии закон*).

Лит.: Крауфорд Ф., Волны, пер. с англ., 3 изд., М., 1984; Уизем Дж., Линейные и нелинейные волны, пер. с англ., М., 1977. *М. А. Миллер, Г. В. Пермитин.*

ДИСПЕРСИО́ННЫЕ ПРИ́ЗМЫ — то же, что *спектральные призмы*.

ДИСПЕРСИО́ННЫЕ СООТНОШЕ́НИЯ — интегральные представления ф-ций отклика, описывающих реакцию равновесной стационарной физ. системы на внеш. воздействия. Д. с. отражают аналитич. свойства ф-ций отклика в комплексной плоскости частоты (энергии), фиксируют их частотную зависимость и приводят к ряду ограничивающих их неравенств, правил сумм и т. п. В более узком смысле Д. с. связывают рефракцию распространяющихся в системе волн с их поглощением; сюда же относятся Д. с. для процессов рассеяния в квантовой механике и квантовой теории поля. Д. с. имеют универсальный вид, не зависящий от конкретной динамики системы, и используются во мн. разделах физики: в динамике *диспергирующих сред* (отсюда назв. Д. с.), в физике элементарных частиц и др.

Вывод Д. с. не требует сведений о структуре и динамике системы, а основан на общем *причинности принципе*: «никакое физ. событие не может повлиять на уже происшедшие события». Соответственно, реакция системы в момент времени t на воздействие в момент t' описывается ф-цией отклика $R(t-t')$, равной нулю при $t<t'$, а фурье-компонента $R(\omega)$ этой ф-ции конечна и потому аналитична в верхней полуплоскости частоты ω. Использование *Коши интеграла* приводит к простейшему безвычитательному Д. с. (см. также *Гильберта преобразование*):

$$\text{Re}\,R(\omega)=\pi^{-1}\text{P}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega'\,\text{Im}\,R(\omega')/(\omega'-\omega), \qquad (1)$$

справедливому, если $R\to 0$ при $\omega\to\infty$. Здесь P — символ *главного значения интеграла*. Для полиномиально растущих с ω ф-ций $R(\omega)$ в (1) входит отношение $R(\omega)$ к полиному соответствующей степени ω, что даёт Д. с. «с вычитаниями»; именно так строятся перенормированные Д. с. в квантовой теории поля. Реальный вывод Д. с. в большинстве случаев гораздо сложнее приведённой схемы из-за необходимости учёта ряда факторов: дополнит. аргументов ф-ции отклика, требований релятивистского принципа причинности («не влияют друг на друга также события, связанные пространственноподобным вектором») и др.

Исторически первыми Д. с. были *Крамерса — Кронига соотношения*, связывающие действит. и мнимую части показателя преломления среды, к-рая обладает частотной дисперсией. Более общие Д. с., охватывающие и случай пространственной дисперсии, имеют вид (1) с заменой R величинами

$$\varepsilon^{-1}(\omega,\,\boldsymbol{k})-1, \quad [\mu^{-1}(\omega,\,\boldsymbol{k})-\omega^2\varepsilon(\omega,\,\boldsymbol{k})/k^2c^2]^{-1}, \qquad (2)$$

прямо связанными с продольной и поперечной *Грина функциями* эл.-магн. поля в однородной изотропной среде (ε и μ — диэлектрич. и магн. проницаемости, $\boldsymbol{k}$ — волновой вектор). Д. с. для величины ε, когда $R=\varepsilon(\omega,\,\boldsymbol{k})-1$, справедливы лишь в пределе $\boldsymbol{k}=0$, в к-ром эта величина становится ф-цией отклика. Релятивистскому принципу причинности отвечают Д. с., введённые М. А. Леонтовичем в 1961 и отличающиеся от Д. с. для величин (2) заменой в правой части $\boldsymbol{k}\to\boldsymbol{k}-(\omega'-\omega)\boldsymbol{u}c^{-1}$ ($\boldsymbol{u}$ — произвольный вектор, $u\leqslant 1$). В сочетании с *флуктуационно-диссипативной теоремой*, связывающей $\text{Im}\,R$ с процессами диссипации в среде, Д. с. дают информацию об общих свойствах последней (см. также *Кубо формулы*).

Д. с. для ф-ций Грина важны также в квантовой теории многих тел и квантовой теории поля. Д. с. для фейнмановской одночастичной ф-ции Грина ферми-системы при $T=0$ имеет вид (1) с добавлением фактора $\text{sign}(\hbar\omega'-\zeta)$ под интегралом, переходящего в $\text{cth}\,[(\hbar\omega'-\zeta)/Tk]$ при конечной темп-ре T, ζ — хим. потенциал. Д. с. для фейнмановской ф-ции Грина $D(z)$ квантованного скалярного поля даётся *спектральным представлением* ($z=\omega^2c^{-2}-k^2$):

$$\text{Re}\,D(z)=\pi^{-1}\text{P}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\,\text{Im}\,D(z')/(z'-z). \qquad (3)$$

В квантовой теории поля большое значение имеют также Д. с. для более сложных, чем ф-ции Грина, ф-ций отклика: *формфакторов*, *амплитуд рассеяния* и др. Особую роль играют Д. с. для амплитуды упругого рассеяния вперёд, связывающие, в силу *оптической теоремы*, непосредственно наблюдаемые величины: действит. часть амплитуды и полное сечение рассеяния. Эксперим. проверка Д. с., выведенных непосредственно из общих принципов квантовой теории поля, показала применимость этих принципов вплоть до масштабов $\sim 10^{-16}$ см. Д. с. послужили исходным пунктом целого ряда методов описания сильного взаимодействия (см. *Дисперсионных соотношений метод*). Однако они в значит. мере утратили свою исключит. роль в связи с успехами *квантовой хромодинамики* как динамич. теории сильного взаимодействия.

Лит.: Агранович В. М., Гинзбург В. Л., Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, 2 изд., М., 1979; Бартон Г., Дисперсионные методы в теории поля, пер. с англ., М., 1968; Нуссенцвейг Х. М., Причинность и дисперсионные соотношения, пер. с англ., М., 1976. *Д. А. Киржниц.*

ДИСПЕРСИО́ННЫЙ АНА́ЛИЗ — один из методов математической статистики, применяемый для анализа результатов наблюдений, зависящих от различных, одновременно действующих факторов, к-рые не поддаются, как правило, количеств. описанию.

Рассмотрим простейшую из задач Д. а. Пусть в эксперименте получено k групп наблюдений, соответствующих k уровням исследуемого фактора. Пусть i-я группа содержит n_i величин x_{ij}, распределённых нормально со ср. значениями m_i и *дисперсией* σ^2, одинаковой для всех групп. Требуется проверить гипотезу о том, что все значения m_i равны друг другу, т. е. не зависят от исследуемого фактора (однофакторный анализ). Для решения этого вопроса вычисляют величины

$$Q_1=\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{x}_i-x)^2 \quad \text{и} \quad Q_2=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2,$$

где $\bar{x}_i=n_i^{-1}\sum\limits_{j=1}^{n_i}x_{ij}$ — среднее по i-й группе; $\bar{x}=\sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{j=1}^{n_i}x_{ij}/\sum\limits_{i=1}^{k}n_i$ — среднее всех наблюдений. Если $m_i=m$ для всех i, то величины Q_1/σ^2 и Q_2/σ^2 имеют χ^2-распределение с $k-1$ и $n-k$ степенями свободы соответственно, а величина $R=Q_1(n-k)/Q_2(k-1)$ имеет