

пространстве можно взять любую систему координат, связанную К. п. с декартовой, в к-рой q, p — обычные координаты и импульсы.

В квантовой механике такого равноправия нет. Постулат канонического квантования, заменяющий скобки Пуассона $\{p_i, q_j\} = \delta_{ij}$ канонич. перестановочными соотношениями $[\hat{p}_i, \hat{q}_j] = -i\delta_{ij}$, формулируется для декартовой системы координат. Конкретный выбор гильбертова пространства \mathcal{H} векторов состояний системы и реализация \hat{p}, \hat{q} как самосопряжённых (эрмитовых) операторов в этом пространстве (их общая область определения должна быть плотной в \mathcal{H}) наз. представлением К. п. в квантовой механике наз. преобразованием представлений, сохраняющие канонич. перестановочные соотношения (см. *Представлений теория*).

Для систем с конечным числом степеней свободы все представления канонич. перестановочных соотношений унитарно эквивалентны (теорема фон Неймана): для любых двух представлений операторов \hat{a}, \hat{a}' и векторов состояний ψ, ψ' существует унитарный оператор U , такой, что $\hat{a}' = U\hat{a}U^{-1}$, $\psi' = U\psi$ (знак + означает эрмитово сопряжение). Т. о., К. п. конечномерных квантовых систем всегда могут быть реализованы как унитарные преобразования, и поэтому они сохраняют спектры операторов, средние значения и др. динамич. характеристики. Напр., переход от шрёдингера к гейзенбергову описанию эволюции системы (см. *Шрёдингера представление, Гейзенберга представление*) является унитарным преобразованием, зависящим от времени, с $U(t, t_0) = \exp\{-i\hat{H}(t-t_0)\}$, где \hat{H} — оператор Гамильтона (*гамильтониан*).

Для бесконечномерных квантовых систем теорема фон Неймана неверна: существуют К. п., не сводящиеся к унитарным, и соответственно неэквивалентные представления канонич. перестановочных соотношений. Такие К. п. могут менять спектры операторов и в этом случае дают матем. описание важных физ. эффектов — появление *голдстоуновских бозонов* при спонтанном нарушении симметрии, *Хиггса механизм*, изменение спектра состояний системы при фазовых переходах и др. К. п. является стандартным приёмом нахождения спектра элементарных возбуждений (*квазичастиц*) в статистич. физике. Примером такого К. п. служат *Боголюбова канонические преобразования*, с помощью к-рых находятся эти спектры для слабонепригодных бозе- и ферми-систем.

Лит.: Голдстейн Г., *Классическая механика*, пер. с англ., 2 изд., М., 1975; Дирак П., *Принципы квантовой механики*, пер. с англ., 2 изд., М., 1979; Березин Ф. А., *Метод вторичного квантования*, 2 изд., М., 1986; Арнольд В. И., *Математические методы классической механики*, 2 изд., М., 1979; Эмх Ж., *Алгебраические методы в статистической механике и квантовой теории поля*, пер. с англ., М., 1976. В. В. Медведев, В. П. Павлов.

КАНОНИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ МЕХАНИКИ — см. *Гамильтона уравнения*.

КАНОНИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ — то же, что *гамильтонов формализм*.

КАНОНИЧЕСКОЕ КВАНТОВАНИЕ в квантовой механике — квантование на основе гамильтонова (иначе — канонич.) формализма, аналогичного гамильтонову формализму классич. механики.

В канонич. формализме осн. переменными являются обобщённые координаты q_k и сопряжённые им (относительно ф-ции Лагранжа L или ф-ции Гамильтона H) обобщённые (канонич.) импульсы $p_k = \partial L / \partial \dot{q}_k$. Выражая ф-цию Гамильтона консервативной системы с конечным числом степеней свободы N (полную энергию системы) через канонич. переменные q_k, p_l ($k, l = 1, 2, \dots, N$), ур-ния движения в классич. механике можно записать в виде:

$$\dot{F} = \{F, H\}, \quad (1)$$

где

$$\{A, B\} = \sum_l \left(\frac{\partial A}{\partial q_l} \frac{\partial B}{\partial p_l} - \frac{\partial B}{\partial q_l} \frac{\partial A}{\partial p_l} \right) - \quad (2)$$

классич. скобка Пуассона, а $F(q, p)$ — динамич. переменная, не зависящая явно от времени (через q, p обозначена совокупность всех q_k, p_l). Поэтому, в частности,

$$\{q_k, p_l\} = \delta_{kl}, \quad \{q_k, q_l\} = \{p_k, p_l\} = 0, \quad (3)$$

$$\dot{q}_k = \{q_k, H\}, \quad \dot{p}_l = \{p_l, H\} \quad (4)$$

(δ_{kl} — Кронекера символ).

Постулат К. к. состоит в замене переменных q, p на соответствующие операторы, действующие на волновую ф-цию состояния, причём перестановочные соотношения для этих операторов и квантовые ур-ния движения для них получаются из (3) и (4) по «правилу соответствия»: классич. скобка Пуассона заменяется на квантовую скобку Пуассона

$$\{A, B\} \rightarrow \{A, B\}_{\text{квант}} = \frac{1}{i\hbar} [A, B], \quad (5)$$

определённую через коммутатор операторов A, B :

$$[A, B] = AB - BA.$$

Поэтому ф-лы (3) превращаются в коммутац. соотношения

$$[q_k, p_l] = i\hbar \delta_{kl}, \quad [q_k, q_l] = [p_k, p_l] = 0, \quad (6)$$

а квантовые ур-ния движения принимают вид

$$i\hbar \dot{F}(q, p) = [F(q, p), H(q, p)], \quad (7)$$

где H — *гамильтониан* квантовомеханич. системы.

В квантовой теории поля ф-лы К. к. принимают специфич. форму, отражающую бесконечное число степеней свободы и непрерывный характер переменных, к-рым характеризуется поле. В качестве обобщённых координат оказывается естественным выбрать значения ф-ции поля $\varphi(x, t)$ в к.-л. произвольный, но фиксированный момент времени $t = t_0$:

$$q_k \rightarrow q(x) = \varphi(x, t_0).$$

Индекс k , т. о., становится непрерывным и трёхмерным. Канонич. импульс $\pi(x, t_0)$ удобно определить через *лагранжиан* поля, точнее через плотность лагранжиана, L :

$$\pi(x, t_0) = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}(x, t_0)}. \quad (8)$$

Тогда перестановочные соотношения для обобщённых координат и импульсов поля примут «непрерывный» вид т. н. одновременных перестановочных соотношений:

$$[\varphi(x, t_0), \pi(x', t_0)] = i\hbar \delta(x - x'),$$

$$[\varphi(x, t_0), \varphi(x', t_0)] = [\pi(x, t_0), \pi(x', t_0)] = 0 \quad (9)$$

($\delta(x - x')$ — трёхмерная ф-ция Дирака), а форма ур-ний движения по сравнению с (7) не изменится.

В квантовой теории релятивистских полей важную роль играют ковариантные перестановочные соотношения вида

$$[\varphi(x, t), \varphi(x', t')] = i\hbar \Delta(x - x', t - t') = i\hbar \Delta(x - x'), \quad (10)$$

где Δ — некая перестановочная ф-ция (x, x' — четырёхмерные координаты). Переход от одновременных перестановочных соотношений (9) к разновременным (10) требует решения ур-ний движения для поля $\varphi(x)$ и на практике оказывается возможным лишь для свободных полей.

Лит.: Гайтлер В., *Квантовая теория излучения*, пер. с англ., [2 изд.], М., 1956, гл. 2; Венгелль Г., *Введение в квантовую теорию волновых полей*, пер. с нем., М.—Л., 1947, гл. 1; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., *Квантовые поля*, М., изд. 2, 1980, § 6. Д. В. Ширков.