

новым ф-циям относительно изменения знака координат частиц). В случае коммутации \hat{P} с гамильтонианом система, находящаяся первоначально в состоянии с к.-л. определ. собств. значением P , будет с течением времени оставаться в этом состоянии, т. е. пространств. чётность в процессе эволюции системы сохраняется. Т. к. пространств. чётность системы, состоящей из неск. невзаимодействующих подсистем, равна произведению пространств. чётностей подсистем, она является мультипликативным квантовым числом.

Др. пример мультипликативного квантового числа — зарядовая чётность. Поскольку гамильтониан сильного и эл.-магн. взаимодействий не меняется при зарядовом сопряжении (замене всех частиц на античастицы), он коммутирует с оператором зарядового сопряжения \hat{C} , собств. значения к-рого, как и для пространств. инверсии, равны $C = \pm 1$. Собств. состояния оператора \hat{C} могут быть только у истинно нейтральных систем (см. Истинно нейтральные частицы), т. к. только такие системы при зарядовом сопряжении переходят сами в себя. Именно для них в процессах сильного и эл.-магн. взаимодействий сохраняется зарядовая чётность. В процессах слабого взаимодействия, гамильтониан к-рого не меняется при CP -преобразовании (см. CP -инвариантность), сохраняется CP -чётность.

Особое значение имеет инвариантность гамильтониана системы относительно перестановки одинаковых частиц. Коммутативность гамильтониана с операторами перестановки любой пары одинаковых частиц означает, что в процессе эволюции системы тип симметрии её волновой ф-ции относительно перестановок одинаковых частиц не меняется со временем. В частности, волновые ф-ции, симметричные (антисимметричные) относительно перестановки любой пары одинаковых частиц, остаются симметричными (антисимметричными). Это позволяет ввести особые постулаты К. м., необходимые для описания систем одинаковых частиц (см. ниже).

Обратимость уравнения Шрёдингера во времени

Ур-ние Шрёдингера для системы бесспиновых частиц, взаимодействующих по центр. закону или (и) находящихся в электрич. поле (в отсутствие магнитного), сохраняет свой вид при замене t на $-t$ и одноврем. переходе к комплексному сопряжению (т. к. для таких систем $\hat{H}^* = \hat{H}$). На этом основана симметрия К. м. по отношению к обращению времени: если возможно к.-л. квантовомеханич. движение, описываемое вектором состояния $|\psi\rangle$, то возможно и движение, описываемое вектором состояния $|\psi^*\rangle$, при к-ром система проходит во времени те же состояния в обратном порядке. Для частиц со спином симметрия относительно обращения времени будет выполняться, если одновременно с переходом от $|\psi\rangle$ к $|\psi^*\rangle$ изменить направление проекции спинов частиц (т. к. она меняет знак при замене $t \rightarrow -t$). При наличии магн. поля симметрия относительно обращения времени будет выполняться, если одновременно с заменой $t \rightarrow -t$ рассматривать движение в магн. поле, знак к-рого изменён на противоположный. Это естественно, т. к. ур-ния эл.-магн. поля (Максвелла уравнения) симметричны относительно обращения времени при одноврем. замене напряжённости магн. поля $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{H}$ (или эквивалентной замене скалярного и векторного потенциалов: $\varphi \rightarrow \varphi$, $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$). Формально обратимость ур-ния Шрёдингера в этом случае имеет место благодаря тому, что комплексно-сопряжённый гамильтониан для частиц в эл.-магн. поле совпадает с гамильтонианом, преобразованным в соответствии с заменой $\varphi \rightarrow \varphi$, $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$.

Симметрия относительно обращения времени приводит к ряду важных следствий, таких, как Крамерса теорема, равенство коэф. туннельных переходов при прохождении потенциального барьера с разных сторон, теорема взаимности (согласно к-рой совпадают ампли-

туды двух процессов рассеяния, являющихся обращёнными по времени по отношению друг к другу). Существование, что в К. м. эта симметрия относится лишь к эволюции вектора состояния и не включает процесс измерения, к-рый носит необратимый характер.

Плотность потока вероятности

Из ур-ния Шрёдингера в конфигурац. представлении с гамильтонианом (33) вытекает уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (57)$$

где ρ — плотность вероятности обнаружить частицу в точке с координатами (x, y, z) в момент времени t , а вектор

$$\mathbf{j} = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \quad (58)$$

по своему смыслу представляет собой плотность потока вероятности. Т. о., вероятность частице пройти за ед. времени через площадку $d\sigma$ равна: $d\delta w/dt = (\mathbf{j}\mathbf{n})d\sigma$ (\mathbf{n} — единичная нормаль к $d\sigma$). Соотношение (57) аналогично ур-нию непрерывности в гидродинамике и является непосредств. следствием сохранения полной вероятности (и отвечающего этому требованию условия эрмитовости гамильтониана). Если волновая ф-ция представлена в виде $\psi = A \exp(i\Phi)$ (где амплитуда $A(x, y, z, t)$ и фаза $\Phi(x, y, z, t)$ — действит. числа), то

$$\mathbf{j} = \rho \frac{\hbar}{m} \nabla \Phi, \quad \rho = |\psi|^2. \quad (59)$$

В частности, для плоской волны ($\Phi = -\omega t + \mathbf{k}\mathbf{r}$) ур-ние (59) по аналогии с гидродинамикой даёт: $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$, где $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m = \hbar \mathbf{k}/m$. (В связи с этим отметим, что оператор $(-i/m)\nabla$ в (58) представляет собой оператор скорости $\hat{v} = \hat{p}/m$.) Из (59) следует, что отличный от нуля поток вероятности существует только в том случае, если волновая ф-ция имеет зависящую от координат фазу (если ψ — действительная, то $\mathbf{j} = 0$). Несколько др. ситуация будет для заряж. частицы в эл.-магн. поле, волновая ф-ция к-рой оказывается неоднозначной из-за неоднозначности потенциалов поля, определённых с точностью до градиентного преобразования:

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla f; \quad \varphi \rightarrow \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}, \quad (60)$$

где $f(x, y, z, t)$ — произвольная ф-ция координат и времени. Поскольку преобразования (60) не меняют значений напряжённостей полей, они не должны влиять и на любые др. величины, имеющие физ. смысл. Действительно, ур-ние Шрёдингера с гамильтонианом (34) не меняется при преобразовании (60), если одновременно проводится преобразование волновой ф-ции:

$$\psi \rightarrow \psi \exp\{i(e/\hbar c) f\}. \quad (61)$$

При этом плотность потока вероятности равна

$$\mathbf{j} = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e}{mc} \mathbf{A} |\psi|^2 \quad (62)$$

и также остаётся неизменной при одноврем. проведении преобразований (60) и (61).

Зависимость фазы волновой ф-ции от потенциалов поля может приводить к наблюдаемым интерференц. эффектам даже в отсутствие прямого силового воздействия на заряж. частицу (см. Ааронова — Бома эффект).

Стационарные состояния

В классич. механике ф-ция Гамильтона, не зависящая явно от времени, равна сохраняющейся со временем энергии системы. Соответственно в К. м. физ. система, гамильтониан к-рой не зависит от времени, может находиться в состояниях с определ. энергией. Эти состояния наз. с т а ц и о н а р н ы м и. Отвечающие им векторы состояния являются частными решениями