числами, лежащими в интервале $\Delta k$, справедливы соотношения

$$\Delta x \cdot \Delta k \sim 1, \tag{8}$$

к-рые с учётом квантового соотношения де Бройля $p = \hbar k$ эквивалентны Н. с. (1).

Второе толкование Н. с. значительно шире и плодотворнее первого, поскольку оно представляет собой не частное утверждение о границах уточнения характеристик квантовых объектов, а гораздо более общий **принцип неопределённости**. Этот принцип по существу является предпосылкой статистич. интерпретации квантовой механики и важнейшим примером *дополнительности принципа* Бора (для этого расширит. толкования Н. с. часто используют термин indeterminancy). С точки зрения этого более общего принципа, Н. с. трактуются как способ сохранить классич. понятия для описания квантовых систем путём взаимного ограничения области их совместной применимости.

Н. с. для энергии $\mathscr{E}$ и времени $t$ по форме совпадает с (1):

$$\Delta\mathscr{E}\Delta t \gtrsim \hbar, \tag{9}$$

однако их толкование отличается от интерпретации соотношения (1). Обычно Н. с. (9) трактуются как невозможность точного определения энергии квантовой системы ($\Delta\mathscr{E} = 0$) за ограниченный интервал времени $\Delta t$. В качестве иллюстрации Н. с. для пары $\mathscr{E}$ и $t$ Н. Бор (N. Bohr) обращал внимание на невозможность определить понятие монохроматич. волны в данный момент времени.

Другая трактовка Н. с. (9) тесно связана с понятием квазистационарного состояния. В этом случае $\Delta\mathscr{E}$ — неопределённость значения, к-рое приобретает энергия $\mathscr{E}$, рассматривающаяся как динамическая характеристика квантовой системы, изменяющаяся во времени, а $\Delta t$ — интервал времени, характеризующий эволюцию $\mathscr{E}$ в интервале значений $\Delta\mathscr{E}$. Для возбуждённых квантовых систем (напр., атома или молекулы) неопределённость энергии состояния $\Delta\mathscr{E}$ (естеств. ширина уровня) непосредственно связана с его временем жизни с помощью Н. с. (9). (Это утверждение строго следует из теоремы Фока и Крылова [3].)

Благодаря существованию Н. с. (9) возможны виртуальные переходы, происходящие с нарушением 2-го постулата Бора, т. е. с энергиями $\mathscr{E} \neq \mathscr{E}_{ij} = \mathscr{E}_i - \mathscr{E}_j$, где $\mathscr{E}_i$ и $\mathscr{E}_j$ — энергии начального ($i$) и конечного ($j$) состояний квантовой системы. При этом время жизни квантовой системы $\Delta t$ определяется из соотношения (9), в к-ром $\Delta\mathscr{E} = |\mathscr{E} - \mathscr{E}_{ij}|$. Виртуальные переходы могут происходить как с недостатком ($\Delta\mathscr{E} < 0$), так и с избытком ($\Delta\mathscr{E} > 0$) энергии $\mathscr{E}$ по сравнению с энергией идеального перехода $\mathscr{E}_{ij}$, причём это имеет место как при испускании, так и при поглощении энергии квантовой системой. В частности, эта энергия может поглощаться и испускаться в виде фотонов. В этом случае виртуальное поглощение или испускание фотонов лежит в основе *многофотонных процессов* (напр., *многофотонной ионизации*) в квантовых системах.

Н. с. являются не только важной составной частью понятийного базиса квантовой механики, но они дают также способ для простых оценок количественных характеристик квантовых систем. Напр., исходя из известных размеров атома водорода, $a = \hbar^2/me^2$, и соотношения (1), можно оценить характерную скорость атомного электрона в осн. состоянии: $v \geqslant \Delta p/m \sim \sim \hbar/ma \sim e^2/\hbar$, т. е. $v/c \approx e^2/\hbar c \approx \alpha \approx 1/137$ ($m$ и $e$ — масса и заряд электрона).

Для ограниченных в объёме квантовых систем из Н. с. следует также существование энергии нулевых колебаний систем (см. *Нулевая энергия*, *Нулевые колебания*).

*Лит.:* 1) Джеммер М., Эволюция понятий квантовой механики, пер. с англ., М., 1985; 2) Додонов В. В., Манько В. И., Инварианты и эволюция нестационарных квантовых систем, «Труды ФИАН», 1987, т. 183; 3) Крылов Н. С., Фок В. А., О двух основных толкованиях соотношения неопределенности для энергии и времени, «ЖЭТФ», 1947, т. 17, с. 93; 4) Мандельштам Л. И., Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике, М., 1972. *Л. И. Пономарёв.*

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ** — совокупность приёмов и методов матем. статистики, основанных на непараметрич. представлении ф-ции распределения. Н. м. особенно эффективны в задачах анализа эксперим. данных на стадии разведочного анализа (см. *Анализ данных*), они имеют преимущество перед параметрич. методами, т. к. используют лишь непрерывность ф-ции распределения. В эксперим. физике Н. м. применяют для оценивания плотности вероятности и проверки *статистических гипотез*.

**Оценивание плотности вероятности.** Пусть имеется ряд наблюдений $\{x_i\}$, $i = 1, \ldots, N$, т. е. последовательность независимых, одинаково распределённых случайных величин с неизвестной ф-цией плотности вероятности $p(x)$, и требуется построить непараметрич. оценку $\hat{p}_N(x) = f_N(x_1,\ldots,x_N)$ для $p(x)$. Обычно применяемый метод непараметрич. оценивания — построение *гистограмм*. Числовую ось, на к-рой определены $x_i$, делят на ряд областей $r_j$, $j = 1, \ldots, K$, а $\hat{p}_N(x)$ задают константой $\hat{p}_j$ в каждой области $r_j$, причём

$$\hat{p}_j = k(N) \sum_{i=1}^{N} g_i(x_i),$$

где $k(N)$ — коэф. нормировки, $g_j(x)$ — индикаторная ф-ция каждой области $r_j$:

$$g_j(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in r_j, \\ 0, & \text{если } x \notin r_j. \end{cases}$$

Тогда оценка плотности вероятности определяется выражением

$$\hat{p}_N(x) = N^{-1} \sum_{j=1}^{K} \sum_{i=1}^{N} g_j(x_i) g_j(x).$$

Если на отрезке числовой оси, на к-ром определён ряд наблюдений $\{x_i\}$, $i = 1, \ldots, N$, задать набор ортогональных ф-ций $\{\psi_j(x)\}$, $j = 1, \ldots, M$,

$$\int dx\, \psi_j(x)\psi_l(x) = \delta_{jl},$$

$\delta_{jl}$ — символ Кронекера, то с помощью этого набора также можно определить непараметрич. оценку ф-ции плотности вероятности $p(x)$:

$$\hat{p}_N(x) = \sum_{j=1}^{M} C_j^N \psi_j(x),$$

где

$$C_i^N = N^{-1} \sum_{j=1}^{N} \psi_i(x_j).$$

Хотя эти методы довольно популярны и просты, результаты являются несостоятельными оценками, т. е. при $N \to \infty$ они не стремятся к $p(x)$.

Из состоятельных Н. м. оценивания ф-ции плотности вероятности следует отметить **метод ближайших соседей**. Пусть имеются случайные числа $x_1 \leqslant x_2 \leqslant \ldots \leqslant x_N$ и надо оценить их плотность вероятности в точке $x$. Задают целое число $R (1 < R < N)$ и находят такой отрезок с центром в точке $x$, чтобы он содержал $R$ чисел $x_i$. Тогда оценкой плотности вероятности в точке $x$ будет $\hat{p}(x) = R/Nh$, где $h$ — длина найденного отрезка. В отличие от метода гистограмм, плотность вероятности здесь оценивают не по разному кол-ву случайных чисел, попавших в неперекрывающиеся отрезки фиксиров. длины, а по фиксиров. кол-ву случайных чисел, попавших в перекрывающиеся отрезки разной длины. Ошибка оценки в этом методе