стенки являются бесконечно проводящими (идеально отражающими). При этом задача о собств. колебаниях сводится (в однородной среде) к решению векторного *волнового уравнения* для поля $\boldsymbol{E}$ при условии обращения в нуль его тангенциальной составляющей на стенках резонатора S:

$$\Delta \boldsymbol{E} + \omega^2 c^{-2} \varepsilon\mu \boldsymbol{E} = 0, \quad \mathrm{div}\boldsymbol{E} = 0, \qquad \boldsymbol{E}_{\text{танг}}|_S = 0, \quad \boldsymbol{H} = ic\omega^{-1}\mathrm{rot}\boldsymbol{E}. \tag{1}$$

Прямоугольный резонатор. Если полость О. р. представляет собой прямоуг. параллелепипед $0 \leqslant x \leqslant a$, $0 \leqslant y \leqslant b$, $0 \leqslant z \leqslant l$ (рис. 1), то при решении задачи (1) используют декартову систему координат, в к-рой переменные векторного волнового ур-ния допускают разделение. Такой О. р. можно рассматривать как «закороченный» (перегороженный проводящими стенками) отрезок прямоуг. *волновода металлического*, ориентированный, напр., в z-направлении и имеющий длину l; он напоминает интерферометр Фабри — Перо с той лишь разницей, что между плоскостями $z = 0$ и $z = l$ теперь «мечутся» волноводные моды, т. е. плоские неоднородные волны. Поэтому классификацию собств. колебаний прямоуг. О. р. обычно производят по типам волноводных мод, как бы «пойманных» между плоскостями $z = 0$, $z = l$. Различают колебания TE_{nmp}- и TM_{nmp}-типов. В первом случае речь идёт о стоячей волноводной TE-волне, в к-рой вектор $\boldsymbol{E}$ поляризован в плоскости z=const, а проекции полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ на оси (x, y, z) имеют вид

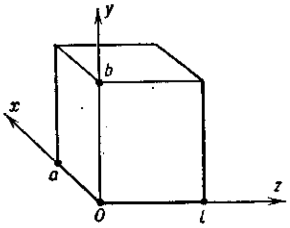

Рис. 1. Прямоугольный объёмный резонатор.

$$\begin{aligned}
&E_x \sim k_y k^{-1}\cos(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z),\\
&E_y \sim -k_x k^{-1}\sin(k_x x)\cos(k_y y)\sin(k_z z),\\
&H_x \sim ick_x k_z \omega^{-1}k^{-1}\sin(k_x x)\cos(k_y y)\cos(k_z z),\\
&H_y \sim ick_y k_z \omega^{-1}k^{-1}\cos(k_x x)\sin(k_y y)\cos(k_z z),\\
&H_z \sim -ic\left(k_x^2 + k_y^2\right)\omega^{-1}k^{-1}\cos(k_x x)\cos(k_y y)\sin(k_z z).
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь k_x, k_y, k_z — компоненты волнового числа k:

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu/c^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \tag{3}$$

причём граничное условие $E_{\text{танг}}|_S = 0$ фиксирует величины этих компонент

$$k_x = k_x^{(n)} = \pi n/a, \; k_y = k_y^{(m)} = \pi m/b, \; k_z = k_z^{(p)} = \pi p/l. \tag{4}$$

Следовательно, спектр собств. частот определяется ф-лой

$$\omega^2{}_{nmp} = \frac{c^2\pi^2}{\varepsilon\mu}\left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{p^2}{l^2}\right). \tag{5}$$

Индексы n, m, p пробегают значения 0, 1, 2,..., но в нуль может обращаться только один из них. Мин. собств. частота свойственна моде, у к-рой равен нулю индекс, относящийся к наим. размеру О. р., напр. при $l > b > a$ это $\omega_{011} = c\pi(b^{-2} + l^{-2})^{1/2}/\sqrt{\varepsilon\mu}$. Структура поля в такой моде, а также структура поля моды TE_{111} воспроизведены на рис. 2. Поля типа TM_{nmp} можно получить из (2) заменой $\boldsymbol{E} \to \boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{H} \to \boldsymbol{E}$, $\varepsilon \rightleftarrows \mu$, однако при этом граничное условие $E_{\text{танг}}|_S = 0$ преобразуется в $H_{\text{танг}}|_S = 0$, т. е. изменяются эл.-динамич. свойства стенок резонатора: они вместо «электрических» становятся «магнитными».

Для записи TM-полей в идеальном О. р. с «электрическими» стенками соответствующее «магнитным» стенкам решение необходимо сдвинуть на четверть периода, т. е. заменить $z \to z + \pi/2k_z^{(p)}$, $y \to y + \pi/2k_y^{(m)}$, $x \to x + \pi/2k_x^{(n)}$ ($k_z^{(p)} \neq 0$, $k_y^{(m)} \neq 0$, $k_x^{(n)} \neq 0$). В результате такого сдвига спектр собств. колебаний (4), (5) останется без изменений, но ни один из индексов n, m, p не сможет уже принимать нулевое значение, все они будут начинаться с 1: $n = 1, 2, 3, \ldots$; $m = 1, 2, 3, \ldots$; $p = 1, 2, 3, \ldots$. Распределение поля в моде типа TM_{111} показано на рис. 3.

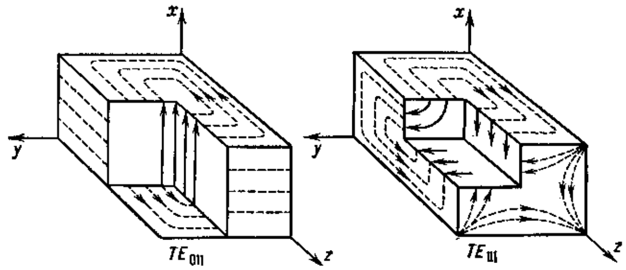

Рис. 2. Простейшие колебания (моды) TE-типа в прямоугольном объёмном резонаторе. Распределение электрическ (сплошные линии) и магнитного (пунктир) полей.

Т. о., все собств. колебания изображённого на рис. 1 идеального О. р. с ненулевыми индексами, $n \neq 0$, $m \neq 0$, $p \neq 0$, оказываются, по крайней мере, двукратно вырожденными по TE- и TM-поляризациям. Степень вырождения может быть и более высокой, если к.-л. из размеров a, b, l совпадают между собой. Макс. кратность вырождения (12) достигается для частот ω_{nnn} кубического О. р. ($a = b = l$).

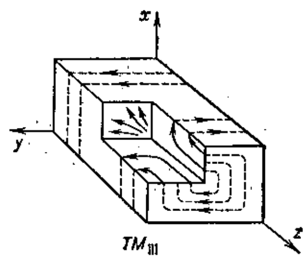

Рис. 3. Распределение электрического (сплошные линии) и магнитного (пунктир) полей в моде типа TM_{111} прямоугольного объёмного резонатора.

Резонаторы, в к-рых возбуждены вырожденные моды, эквивалентны LC-контурам, имеющим одну и ту же собств. частоту $\omega = (LC)^{-1/2}$, но никак не связанным друг с другом. При наличии индуктивной или ёмкостной связи вырождение снимается, такая система контуров будет колебаться на новых нормальных частотах, различающихся между собой. В случае двух контуров (двух мод) зависимость новых частот от старых определяется известным графиком Вина (см. также *Связанные системы*). В О. р. связь между вырожденными модами может осуществляться небольшой деформацией стенок или внесением внутрь небольших возмущающих тел, напр. проводящих шариков радиусом $r \ll \lambda$; при помещении последних в пучности поля $E(H)$ связь получается ёмкостной (индуктивной). На

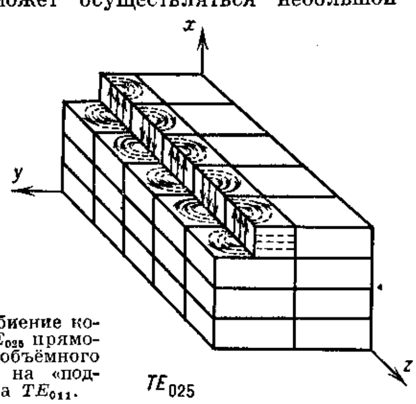

Рис. 4. Разбиение колебания TE_{025} прямоугольного объёмного резонатора на «подмоды» типа TE_{011}.