

воздействия на вещество (в т. ч. биологическое), для контроля загрязнения атмосферы и в др. целях.

Лит.: А х м а н о в С. А., Х о х л о в Р. В., Параметрические усилители и генераторы света, «УФН», 1966, т. 88, с. 439; Я р и в А., Квантовая электроника, пер. с англ., 2 изд., М., 1980; Ф и ш е р Р., К у л е в с к и й Л. А., Оптические параметрические генераторы света, «Квантовая электроника», 1977, т. 4, № 2, с. 245; Параметрические генераторы света и пикосекундная спектроскопия, Вильнюс, 1983. А. П. Сухоруков.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС — явление раскачки колебаний при периодич. изменении параметров тех элементов колебат. системы, в к-рых сосредоточивается энергия колебаний (реактивные или энергоёмкие параметры). П. р. возможен в колебат. системах разл. физ. природы. Напр., в электрич. колебат. контуре реактивными параметрами являются ёмкость C и индуктивность L , в к-рых запасены электрич. энергия $W_C = q^2/2C$ и магн. энергия $W_M = LI^2/2$ (где q — заряд на обкладках конденсатора, I — ток в катушке индуктивности). Собств. колебания в контуре без потерь с постоянными C и L происходят с частотой $\omega_0 = 1/LC$. При этом полная энергия $W = W_C + W_M$, запасённая в контуре, остаётся неизменной, происходит лишь её периодич. трансформация из электрической в магнитную и обратно с частотой $2\omega_0$. Изменение параметров C и L , сопровождающееся работой внеш. сил (накачка), приводит к изменению полной энергии системы. Если ёмкость C изменить скачком за время, малое по сравнению с периодом собств. колебаний $T_0 = 2\pi/\omega_0$ (рис. 1, а), то заряд скачком изменится не может (поскольку сила тока I остаётся конечной величиной, рис. 1, б). В результате напряжение на ёмкости $U = q/C$ (рис. 1, в) и электрич. энергия W_C изменяются обратно пропорц. q^2 . Если изменять ёмкость при этом работа пропорц. q^2 . Если изменять ёмкость C периодически в такт изменениям W_C (обусловленным собств. колебаниями), уменьшая её в моменты, когда q^2 и W_C максимальны, и увеличивая, когда эти величины равны нулю (рис. 1), то в ср. за период над системой совершается положительная работа и, следовательно, полная энергия и амплитуда колебаний будут монотонно нарастать.

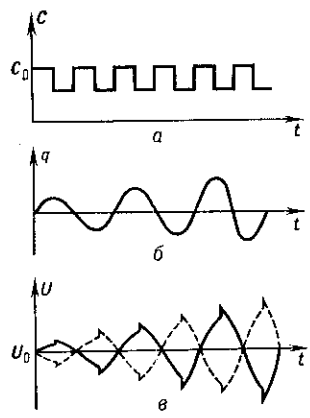


Рис. 1. Связь между изменением ёмкости C конденсатора (а), заряда q на его обкладках (б) и напряжения U (в) при параметрическом резонансе в колебат. контуре.

П. р. наиб. эффективно проявляется при изменении параметров колебат. системы с периодом T_H , кратным полупериоду собств. колебаний T_0 :

$$T_H \approx nT_0/2, \quad \omega_H = 2\omega_0/n, \quad (1)$$

где n — целое число, $\omega_H = 2\pi/T_H$ — частота накачки. Математически свободные колебания в таких системах описываются дифференц. ур-ниями с переменными коэф. Напр., в случае колебат. контура с перемен. ёмкостью $C(t)$ (в отсутствие омического сопротивления) ур-ние относительно заряда $q(t)$ имеет вид

$$\ddot{q} + \chi^2(t)q = 0, \quad \chi^2 = 1/LC(t) \quad (2)$$

(ур-ние Х и л а). Согласно Флоке теореме, общее решение (2) можно записать в виде

$$q(t) = C_1 e^{\alpha t} \varphi(t) + C_2 e^{-\alpha t} \varphi(-t), \quad (3)$$

где $C_{1,2}$ — произвольные коэф., определяемые нач. условиями, $\varphi(t)$ — периодич. ф-ция с периодом T_H , α — коэф., зависящий от параметров системы. При выполнении условия (1) $\text{Re} \alpha \neq 0$ и один из членов (3) даёт нарастающие во времени колебания. Наиб. быст-

рая раскачка имеет место при $n = 1$, когда частота накачки ω_H равна частоте колебаний величины W_C и W_M в системе ($2\omega_0$). Нарастание колебаний возможно не только при точном выполнении соотношений (1), но и в нек-рых конечных интервалах значений ω_H вблизи $2\omega_0/n$ (в зонах неустойчивости), ширина зон тем больше, чем сильнее изменяются параметры C и L . Изменение параметра, напр. ёмкости C , характеризуют величиной

$$m = (C_{\text{макс}} - C_{\text{мин}})/(C_{\text{макс}} + C_{\text{мин}}),$$

наз. глубиной изменения параметра. В частном случае синусоидального изменения $\chi^2(t) = \omega_0^2(1 + m \cos \omega_m t)$ [ур-ние (2) при этом наз. ур-нием Матъё] в осн. зоне ($n = 1$) при $m \ll 1$ инкремент α равен

$$\frac{\omega_H}{8} \sqrt{m^2 - 4\left(1 - \frac{2\omega_0}{\omega_H}\right)^2},$$

так что в середине зоны $\alpha = m\omega_0/4$; во второй зоне ($n = 2$) $\alpha \sim m^2$, в третьей $\alpha \sim m^3$ и т. д.

П. р. приводит к неустойчивости колебат. системы, т. е. к нарастанию малых нач. возмущений, напр. неизбежных во всякой системе флуктуаций, среди к-рых всегда найдётся составляющая с подходящей фазой по отношению к фазе изменения параметров. В отсутствие потерь энергии параметрич. неустойчивость наступает при сколь угодно малой глубине изменения параметров. Если же в системе имеются потери (напр., в контуре присутствует сопротивление R), то неустойчивость возникает только при достаточно больших изменениях C или L , когда параметрич. накачка энергии превосходит потери. Зоны неустойчивости при этом соответственно уменьшаются или даже исчезают совсем (на рис. 2

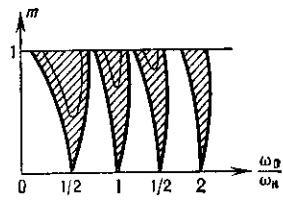


Рис. 2. Области значений m , в которых возможен параметрический резонанс: ω_0 — частота собств. колебаний; ω_H — частота накачки (изменения параметра).

эти зоны показаны тонкими линиями). Нарастание колебаний при П. р. не происходит беспредельно, а ограничивается при достаточно больших амплитудах разл. нелинейными эффектами. Напр., зависимость сопротивления от тока в контуре может приводить к увеличению потерь по мере возрастания амплитуды колебаний, а зависимость ёмкости от напряжения на ней — к изменению периода собств. колебаний T_0 и в результате — к увеличению расстройки между значениями ω_H и $2\omega_0/n$. Равновесие наступает тогда, когда параметрич. накачка энергии в ср. за период компенсируется потерями (см. Параметрическая генерация и усиление электромагнитных колебаний).

Пример механич. системы, в к-рой возможен П. р., — маятник в виде груза массы M , подвешенного на нити, длину l к-рой можно изменять (рис. 3). Маятник с неподвижной точкой подвеса совершает собств. колебания с частотой $\omega_0 = \sqrt{g/l}$, где g — ускорение свободного падения, причём сила натяжения нити (равная по величине сумме центробежной силы и составляющей силы тяжести, направленной вдоль нити) максимальна в нижнем положении груза и минимальна в крайних. Поэтому если

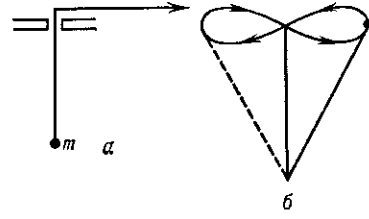


Рис. 3. Устройство маятника с переменной длиной l подвеса (а) и схема движения тела маятника за один период (б).