вакуумное состояние («Θ-вакуум») и построенные над ним «Θ-миры». Эти «Θ-миры» не сообщаются друг с другом в силу *суперотбора правил*, однако связь между ними возможна за счёт инстантонного туннелирования (подробно см. в [1]).

Формально топологич. член в (29) аналогичен члену Черна (Чжэня)—Саймонса (S. S. Chern, J. Simons, 1971) в *топологических квантовых теориях поля*, и именно его присутствие обеспечивает наличие дробнозначного полного угл. момента (и, соответственно, спина) в моделях такого рода. При нечётном числе измерений пространства-времени d можно задать т. н. **действие Черна — Саймонса** S_{CS} как интеграл от d-формы по d-мерному пространственно-временнóму многообразию M_d: $S_{CS}=\int_{M_d}\omega_d$, так что S_{CS} не зависит от пространственно-временнóй метрики и является инвариантом в отношении диффеоморфизмов многообразия M_d. В простейшем нетривиальном случае $d=3=2+1$ и 3-форма ω_3 (см. *Дифференциальная форма*) выражается через 1-формы связности $A=A_\mu(x)\,dx^\mu$ в виде

$$\omega_3=\mathrm{Tr}\left(A\wedge dA+\frac{2}{3}A^3\right),$$

что даёт для действия Черна—Саймонса выражение (с подходящим нормировочным коэф.)

$$S_{CS}=-\frac{1}{4\pi^2}\int_{M_d} d^3x\,\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\,\mathrm{Tr}\left(A_\mu\partial_\nu A_\lambda+\frac{1}{3}A_\mu[A_\nu,\ A_\lambda]\right). \quad (30)$$

В силу соотношений (27) и (28) ясно, что (30) можно переписать через компоненты $\boldsymbol{n}$-поля в нек-рой фиксированной калибровке и понимать индекс Хопфа в действии (29) как член, описывающий эфф. дальнодействие между фундаментальными $\boldsymbol{n}$-полями. Используя действие Черна—Саймонса типа (29), удаётся получить описание *аномалий* в калибровочных теориях, в частности в квантовой хромодинамике [11]. Рассматривая стандартное действие для полей Янга—Миллса с добавленным членом Черна—Саймонса, описывают массивные векторные бозоны—«топологические массивные калибровочные теории» с «топологической массой», индуцируемой S_{CS}. Если действие для полевой теории выбирается просто в виде действия Черна—Саймонса типа (30), то такие свободные от метрики теории, получившие назв. «топологические теории поля», оказываются точно решаемыми, обладают более широкими группами симметрий и по этой причине активно используются в совр. теориях струн (см. *Струн теория*), *суперструн*, *супергравитации*, в конформных теориях поля, в теории узлов и т. д. [12].

Вернёмся к идее экзотических спинов и статистик, где определяющую роль играет наличие в действии (29) члена Черна—Саймонса (30). Будем адиабатически поворачивать Т. с. на угол 2π за период времени T. В результате такого поворота волновая ф-ция приобретает множитель $\exp(iS)$, где S—соответствующее классич. действие. Полный угл. момент Т. с. J определяется соотношением $\exp(iS)=\exp(2\pi iJ)$, и для стандартного действия σ-модели [первый член в ф-ле (29), имеющий порядок $1/T\to0$ при $T\to\infty$] получаем $J=0$. Простые выкладки показывают, что для действия $(2+1)$-мерного Т. с. в виде (29) полный угл. момент

$$J=N+\frac{\Theta}{2\pi}Q_H^2,$$

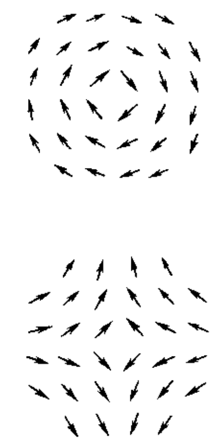
где Q_H—индекс Хопфа, $N\in\mathbb{Z}$—целочисленное значение стандартного орбитального угл. момента, в то время как второй член свидетельствует о том, что спин Т. с. принимает дробные значения. Значение Θ определяется, как правило, из феноменологич. соображений, индекс Хопфа принимает только целочисленные значения, поэтому при $\Theta/\pi=2N$ спин Т. с. будет целым, при $\Theta/\pi=2N+1$—полуцелым, во всех др. случаях—дробнозначным.

Лит.: 1) Раджараман Р., Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля, пер. с англ., М., 1985; 2) Шварц А. С., Квантовая теория поля и топология, М., 1989; 3) Воловик Г. Е., Минеев В. П., Физика и топология, М., 1980; 4) Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С., Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны, К., 1983; 5) Додд Р. и др., Солитоны и нелинейные волновые уравнения, пер. с англ., М., 1988; 6) Makhankov V. G., Soliton phenomenology, Dordrecht—[a. o.], 1990; 7) Райдер Л., Квантовая теория поля, пер. с англ., М., 1987; 8) Рыбаков Ю. П., Устойчивость многомерных солитонов в киральных моделях и гравитации, в кн.: Итоги науки и техники, сер. Классическая теория поля и теория гравитации, т. 2, М., 1991; 9) Маханьков В. Г., Рыбаков Ю. П., Санюк В. И., Модель Скирма и сильные взаимодействия, «УФН», 1992, т. 162, № 2, с. 1; 10) Makhankov V. G., Rybakov Y. P., Sanyuk V. I., The Skyrme model. Fundamentals, methods, applications, B.—L., 1993; 11) Морозов А. Ю., Аномалии в калибровочных теориях, «УФН», 1986, т. 150, в. 3, с. 337; 12) Balachandran A. P. et al., Classical topology and quantum states, Singapoore, 1991.

В. И. Санюк.

ТОПОЛОГИ́ЧЕСКИЙ ФА́ЗОВЫЙ ПЕРЕХО́Д (переход Березинского—Костерлица—Таулесса, переход Костерлица—Таулесса)—*фазовый переход* в нек-рых вырожденных физ. системах между высоко- и низкотемпературной фазами, к-рые характеризуются отсутствием дальнего порядка, но различаются видом пространственной зависимости корреляц. ф-ций: в высокотемпературной фазе эта зависимость имеет вид экспоненциального спадания с расстоянием, а в низкотемпературной—степенного. Это означает, что ниже темп-ры Т. ф. п. система «чувствует» локальное возмущение на больших расстояниях, что проявляется, напр., в расходимости восприимчивости планарного ферромагнетика, а также в существовании отличной от нуля сверхтекучей плотности в сверхтекучей жидкости и поперечной жёсткости в двумерных кристаллах (см. *Двумерные решёточные модели*).

Т. ф. п. вообще характерен для физ. систем низкой пространственной размерности ($d=1$ или 2), для к-рых выполняется *Мёрмина — Вагнера теорема* (см. [1]) о разрушении дальнего порядка в таких системах тепловыми флуктуациями при $T\neq0$ (соответствующий параметр дальнего порядка является при этом двух- или многокомпонентным, $n\geqslant2$). Примерами таких систем могут служить нек-рые системы, описываемые *спиновым гамильтонианом*, а также системы, обнаруживающие явления *сверхтекучести*, *сверхпроводимости* и т. п. Т. ф. п. теоретически описан в работах [2, 3].



Схематическое изображение вихря *(а)* и антивихря *(б)* на примере планарного магнетика (стрелки—векторы спиновых магнитных моментов).

Т. ф. п. обычно обусловлен топологич. возбуждениями—т. н. **вихрями**, к-рые в кристаллах с $d=2$ совпадают с винтовыми *дислокациями*. Каждый изображённый на рис. вихрь (или, соответственно, антивихрь) характеризуется *топологическим зарядом* $q=+1$ (соответственно, $q=-1$), к-рый выражается математически в виде $q=\oint\nabla\Phi\,dl=2\pi k$ (k—целое число) в случае планарного XY-магнетика и сверхтекучей жидкости (интегрирование проводится по замкнутому контуру, окружающему сердцевину топологической особенности). Для этих физ. систем Φ имеет соответственно смысл угла поворота вектора спина $\boldsymbol{S}=S(\cos\Phi,\ \sin\Phi)$ или потенциала поля сверхтекучей скорости $\boldsymbol{v}_s=\hbar\nabla\Phi/m$.

Вихри взаимодействуют между собой подобно двумерному кулоновскому газу—по логарифмич. закону. Энергия взаимодействия двух топологич зарядов q_1 и q_2, расположенных в точках $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$, выражается в виде $-Jq_1q_2\ln(|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|)$, где величина J порядка обменной энер-