мами источников $j^{\alpha}_{1\,\text{ст}}, \tilde{j}^{\alpha}_{1\,\text{ст}}$ и $j^{\alpha}_{2\,\text{ст}}, \tilde{j}^{\alpha}_{2\,\text{ст}}$, подчиняются *суперпозиции принципу*, т. е. сумма этих полей является решением ур-ний при совместном действии источников: $j^{\alpha}_{\text{ст}}=j^{\alpha}_{1\,\text{ст}}+j^{\alpha}_{2\,\text{ст}}$, $\tilde{j}^{\alpha}_{\text{ст}}=\tilde{j}^{\alpha}_{1\,\text{ст}}+\tilde{j}^{\alpha}_{2\,\text{ст}}$. Нарушение принципа суперпозиции полей происходит за счёт нелинейного возбуждения новых токов $j^{\alpha}, \tilde{j}^{\alpha}$, индуцируемых $j^{\alpha}_{\text{ст}}, \tilde{j}^{\alpha}_{\text{ст}}$ при достаточно сильных полях в среде (либо в вакууме из-за квантовых эффектов рождения и уничтожения частиц, прежде всего электрон-позитронных пар, в полях $|F_{\alpha\beta}|\gtrsim E_c\equiv B_c=m_e^2c^3/e\hbar\approx 4{,}4\cdot 10^{13}$ Гс). Согласно квантовой электродинамике, вследствие *рождения пар* частица-античастица в достаточно сильных полях и при локализации заряж. частиц (массой m) в области с размерами порядка комптоновской длины волны $\lambdabar=\hbar/\gamma mc$ возникает ограничение и на их макс. плотность тока $j_{\text{м}}\sim I_{\text{A}}/\lambdabar^2=ecn_{\text{A}}$. Здесь $I_{\text{A}}=\gamma mc^3/e$ — т. н. ток Альвена, отвечающий макс. концентрации $n_{\text{A}}=1/\alpha\lambdabar^3$ частиц с зарядом e, движущихся прямолинейно друг за другом на расстоянии своего эл.-магн. классич. радиуса $e^2/\gamma mc^2=\alpha\lambdabar$ со скоростью $v\sim c$ в трубке с поперечным размером $\sim\lambdabar$; $\gamma=1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, $\alpha=e^2/\hbar c$. Для электронов $I_{\text{A}}/\gamma\approx 17$ кА.

В соответствии с *неопределённостей соотношениями* существуют также мин. среднеквадратичные значения полей, к-рые зависят от их частоты ω и в свободном пространстве отвечают следующей спектр. плотности энергии *нулевых колебаний* эл.-магн. поля: $[E^2(\omega)+B^2(\omega)]/8\pi\sim\hbar(2/\lambda)^3$, где $\lambda=2\pi c/\omega$. При измерении состояния полей $\boldsymbol{E}(ct,\,\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{B}(ct,\,\boldsymbol{r})$ как ф-ций $\boldsymbol{r}$ и t в области пространства L^3 и времени Δt, а также при измерении их пространственно-временнóго среднего по этой области вследствие квантовых эффектов, обусловленных неустранимым обратным влиянием измерит. аппаратуры на поле, возникают абс. ограничения точности $\Delta E_{\text{мин}}=\Delta B_{\text{мин}}=2\sqrt{\hbar/L^3\Delta t}$ [Л. Д. Ландау, Р. Пайерлс (R. Peierls), 1931] (см. также *Квантовые неразрушающие измерения*).

Симметрия. При локальных (точечных) преобразованиях координат и времени максимальную Ли *группу* симметрии, не меняющую вид ур-ний Максвелла с токами (8), составляют наряду с линейными 6-параметрич. преобразованиями Лоренца $x^{\alpha}\to x'^{\alpha}=\Lambda'^{\alpha}_{\beta}x^{\beta}$ не только очевидные 4-параметрич. преобразования сдвига $x^{\alpha}\to x'^{\alpha}=x^{\alpha}+a^{\alpha}$ (см. *Пуанкаре группа*) и 1-параметрич. масштабные преобразования $x^{\alpha}\to x'^{\alpha}=bx^{\alpha}$, но и нелинейные 4-параметрич. конформные преобразования (H. Bateman, E. Cuningham, 1909)

$$x^{\alpha}\to x'^{\alpha}=\frac{x^{\alpha}-b^{\alpha}x_{\beta}x^{\beta}}{1-2b_{\alpha}x^{\alpha}+b_{\alpha}b^{\alpha}x_{\beta}x^{\beta}}. \tag{9}$$

Сопровождающие (9) конформные преобразования полей $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ и токов j^{α}, $\tilde{j}^{\alpha}$ являются линейными, но явно зависят от x^{α}; они используются при построении нелинейных версий ур-ний Э. и нахождении их точных решений. Ур-ния Максвелла (8) не изменяются также при локальных внутренних, т. е. не затрагивающих пространственно-временные координаты, дуальных преобразованиях:

$$F^{\alpha\beta}\to F'^{\alpha\beta}=F^{\alpha\beta}\cos\theta+\tilde{F}^{\alpha\beta}\sin\theta,\ \tilde{F}^{\alpha\beta}\to\tilde{F}'^{\alpha\beta}=-F^{\alpha\beta}\sin\theta+\tilde{F}^{\alpha\beta}\cos\theta; \tag{10'}$$

$$j^{\alpha}\to j'^{\alpha}=j^{\alpha}\cos\theta+\tilde{j}^{\alpha}\sin\theta,\ \tilde{j}^{\alpha}\to\tilde{j}'^{\alpha}=-j^{\alpha}\sin\theta+\tilde{j}^{\alpha}\cos\theta.$$

Для свободных полей они известны как 1-параметрич. преобразования Лармора — Райнича

$$\boldsymbol{E}\to\boldsymbol{E}'=\boldsymbol{E}\cos\theta+\boldsymbol{B}\sin\theta,\ \boldsymbol{B}\to\boldsymbol{B}'=-\boldsymbol{E}\sin\theta+\boldsymbol{B}\cos\theta \tag{10}$$

и связаны с поляризац. вырождением эл.-магн. волн. Однако преобразования (10′), как и (9), не сохраняют вид ур-ний движения (1) электрич. (или магн.) зарядов.

Магнитный заряд. Явное согласование дуальной симметрии ур-ний Максвелла и ур-ний движения имеет место только в случае дуально заряженных частиц, несущих одновременно электрич. q_n и магн. $\tilde{q}_n$ заряды. Последние преобразуются в соответствии с (10′) по правилу

$$q_n\to q'_n=q_n\cos\theta+\tilde{q}_n\sin\theta,\ \tilde{q}_n\to\tilde{q}'_n=-q_n\sin\theta+\tilde{q}_n\cos\theta,$$

не изменяющему полную силу Лоренца, действующую на n-ю заряж. частицу:

$$\frac{dp_{n\alpha}}{d\tau}=(q_nF_{\alpha\beta}+\tilde{q}_n\tilde{F}_{\alpha\beta})v^{\beta}_n. \tag{11}$$

Если отношение $\tilde{q}_n/q_n$ равно одной и той же (любой) величине для всех частиц, то дуальный поворот на угол $\theta=\operatorname{arctg}(\tilde{q}_n/q_n)$ приводит ур-ния Э. (8), (11) к обычной форме без магн. монополей ($\tilde{q}'_n=0$) с наблюдаемыми эфф. электрич. зарядами частиц $q'_n=\sqrt{q_n^2+\tilde{q}_n^2}$ и наблюдаемыми полями $\boldsymbol{E}'$, $\boldsymbol{B}'$ из (10) [Л. Пейдж (L. Page), Н. Адам (N. Adam), 1940]. Универсальность отношения $\tilde{q}_n/q_n$ для известных частиц экспериментально подтверждается с большой относит. точностью (напр., для электронов и протонов относит. погрешность не превышает $\sim 10^{-26}$). Это обстоятельство, позволяя исключить дуально заряженные частицы и, в частности, «чистый» магн. монополь (для к-рого отношение $\tilde{q}_n/q_n$ по величине и по знаку должно быть обратно таковому для «чистого» электрич. заряда), скрывает дуальную симметрию однозарядовой Э. Тем не менее и в ней наиб. фундаментальными естественно считать те наблюдаемые, к-рые инвариантны относительно дуальных преобразований (а не сами электрич. и магн. поля), напр. дуально симметричную силу Лоренца (11), эфф. заряд q'_n и компоненты $T^{\mu\nu}$ тензора плотности энергии-импульса эл.-магн. поля (А. Зоммерфельд, 1928):

$$T^{\mu\nu}=-\frac{1}{8\pi}g_{\alpha\beta}(F^{\mu\alpha}F^{\nu\beta}+\tilde{F}^{\mu\alpha}\tilde{F}^{\nu\beta})\equiv$$

$$\equiv-\frac{1}{4\pi}g_{\alpha\beta}F^{\mu\alpha}F^{\nu\beta}+\frac{1}{16\pi}g^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}. \tag{12}$$

Даже в отсутствие «чистых» магн. монополей в Э. допустимы высшие магн. мультиполи, начиная с диполя, образованные магнитно нейтральной совокупностью монополей (ср. двухкварковую структуру *мезонов* и трёхкварковую структуру *барионов*). Однако эксперименты фактически исключают эту возможность, показывая, что все магн. мультиполи образованы электрич. токами. Так, в 1951 в экспериментах по рассеянию нейтронов в неоднородном магн. поле $\boldsymbol{B}=B(x)\boldsymbol{y}^0$ (рис. 2) было показано

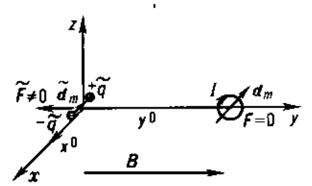

Рис. 2. Силы, действующие на «токовый» $\boldsymbol{d}_m$ и «монопольный» $\tilde{\boldsymbol{d}}_m$ магнитные диполи, ориентированные против оси $\boldsymbol{x}^0$ и находящиеся в неоднородном магнитном поле $\boldsymbol{B}=B(x)\boldsymbol{y}^0$.

[К. Г. Шал (C. G. Shull) и др.], что их магн. *дипольный момент* $\boldsymbol{d}_m$ имеет токовую [Ю. Швингер (J. Schwinger), 1937], а не монопольную [Ф. Блох (F. Bloch), 1936] природу: нейтроны движутся под действием силы $\boldsymbol{F}=\nabla(\boldsymbol{d}_m\boldsymbol{B})$, характерной для рамки с электрич. током $I=cd_m/\pi r_0^2$ (радиуса r_0), но не силы $\tilde{\boldsymbol{F}}=(\tilde{\boldsymbol{d}}_m\cdot\nabla)\boldsymbol{B}$, характерной для двух разноимённых монополей $\pm\tilde{q}=\pm\tilde{d}_m/l$, расположенных на расстоянии l. При $\tilde{\boldsymbol{d}}_m=\boldsymbol{d}_m$ различие указанных сил $\boldsymbol{F}-\tilde{\boldsymbol{F}}\equiv[\boldsymbol{d}_m\operatorname{rot}\boldsymbol{B}]$ обусловлено различным взаимодействием диполей со сторонними токами $\boldsymbol{j}=(c/4\pi)\operatorname{rot}\boldsymbol{B}$, создающими неоднородное магн. поле $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$.

Электромагнитная асимметрия. Т. о., вещество устроено дуально несимметрично, из одних лишь электрич. зарядов. Впрочем, по крайней мере в макроскопич. Э., это не исключает ситуации, когда в неподвижной системе проводников отлична от нуля только плотность тока (и соот-