ные, размерности Δ_A любых физ. величин A, характеризующих систему: $A(x)\to A'(x')=s^{\Delta_A}A(x/s)$ — в отличие от обычных, или канонических, размерностей d_A, определяемых в связи с изменением характерного линейного размера L и $[A]=[L^{-d_A}]$, причём в общем случае $\Delta_A\neq d_A$. Это различие обусловлено тем, что канонич. размерность определяется с учётом преобразования всех длин, тогда как при определении аномальной размерности, имеющей динамич. природу, предполагается, что в окрестности критич. точки преобразуется лишь единственный существенный параметр длины — радиус корреляции $\xi\to\infty$ при $T\to T_c$ $(h=0)$ (см. также *Масштабная инвариантность*), через к-рый и должны выражаться результаты всех масштабных преобразований (точнее, через безразмерную комбинацию s/ξ). Согласно гипотезе подобия, расходимость сингулярных величин вблизи T_c целиком обусловлена именно их зависимостью от ξ, на основании чего может быть получен ряд законов подобия, связывающих друг с другом критич. показатели и выражающих условия непротиворечивости разл. определений размерности одной и той же физ. величины.

Ренормализационная группа (РГ) для критических явлений. Сочетание описанных выше операций крупнозернистого разбиения и изменения масштаба определяет совокупность преобразований РГ $\{R_s,\ s\geqslant 1\}$, обладающих групповым свойством $R_sR_{s'}=R_{ss'}$ (точнее, полугрупповым, т. к. для них не определено обратное преобразование). Окончательно преобразование R_s для РГ можно определить как преобразование $\boldsymbol{\mu}'=R_s\boldsymbol{\mu}$ в т. н. параметрическом или $\boldsymbol{\mu}$-пространстве, где каждая точка $\boldsymbol{\mu}$ представляет собой набор параметров эфф. блочного гамильтониана, а совокупность преобразований $\{R_s\}$ — семейство нек-рых «траекторий» в нём. В общем случае размерность пространства $\{\boldsymbol{\mu}\}$ превосходит размерность пространства параметров исходного ячеечного гамильтониана $(r_0,\ u,\ c)$ и растёт по мере роста числа преобразований РГ, однако обычно удаётся ограничиться подпространством основных (доминирующих) взаимодействий. Наиб. физ. интерес в методе РГ представляют неподвижные точки $\boldsymbol{\mu}^*$, инвариантные относительно преобразований симметрии R_s, т. е. обладающие свойством $R_s\boldsymbol{\mu}^*=\boldsymbol{\mu}^*$ при нек-ром конечном s (а следовательно, и в пределе $s\to\infty$). Для этих точек вводится понятие критической поверхности, для к-рой $\lim\limits_{s\to\infty} R_s\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}^*$, так что с ростом s все её точки переходят в $\boldsymbol{\mu}^*$, а при достаточно больших s все точки $R_s\boldsymbol{\mu}$ будут находиться достаточно близко к $\boldsymbol{\mu}^*$.

Основная физ. гипотеза, связывающая РГ с критич. явлениями (К. Вильсон, K. G. Wilson, 1971), состоит в том, что $\boldsymbol{\mu}(T_c, 0)$ лежит на критич. поверхности неподвижной точки $\boldsymbol{\mu}^*$, т. е. $\lim\limits_{s\to\infty} R_s\boldsymbol{\mu}(T_c,0)=\boldsymbol{\mu}^*$, тогда как при $T\neq T_c$, $H\neq 0$ точка $\boldsymbol{\mu}(T,\ H)$ не принадлежит критич. поверхности. В окрестности $\boldsymbol{\mu}^*$ оператор R_s может быть линеаризован след. образом: если $\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}^*+\delta\boldsymbol{\mu}$ (где $\delta\boldsymbol{\mu}$ в нек-ром смысле мало), то ур-ние $\boldsymbol{\mu}'=R_s\boldsymbol{\mu}$ можно записать в виде $\delta\boldsymbol{\mu}'=R_s^L\delta\boldsymbol{\mu}+O((\delta\boldsymbol{\mu})^2)$, где R_s^L — линеаризованная часть оператора R_s, для к-рой существует набор собственных векторов (ортов) $\{\boldsymbol{e}_j\}$ и собственных значений $\{\rho_j(s)\}$, причём групповое свойство R_s обусловливает степенной вид зависимости $\rho_j(s)=s^{y_j}$ (y_j — критич. показатель, не зависящий от s). Тогда $\delta\boldsymbol{\mu}=\sum\limits_j t_j\boldsymbol{e}_j$, $\delta\boldsymbol{\mu}'=\sum\limits_j t_j'\boldsymbol{e}_j$, где $t_j'=t_js^{y_j}$. Для произвольных точек $\boldsymbol{\mu}$ вводится понятие масштабных полей $g_i(\boldsymbol{\mu})$, для к-рых $g_i(R_s\boldsymbol{\mu})=g_i(\boldsymbol{\mu})s^{y_i}$; в частности, при $\boldsymbol{\mu}$, близких к $\boldsymbol{\mu}^*$, имеем $g_i(\boldsymbol{\mu}^*+\delta\boldsymbol{\mu})=t_i+O((\delta\boldsymbol{\mu})^2)$. Вблизи критич. точки гамильтониан $\mathscr{H}$ можно представить в виде $\mathscr{H}=\mathscr{H}^*+\sum\limits_i t_i\chi_i+O(t_i^2)$, где масштабные переменные (или операторы) χ_i определяются как $\partial\mathscr{H}/\partial t_i$ (а в более общем случае — как сопряжённые к g_i операторы $\partial\mathscr{H}/\partial g_i$). Масштабные поля (и соответствующие им операторы) наз. существенными, если $y_j>0$ (ρ_j возрастает с ростом s), несущественными, если $y_j<0$ (ρ_j убывает с ростом s), и промежуточными, если $y_j=0$ (ρ_j не зависит от s). Число существенных параметров возрастает с понижением размерности d; кроме того, оно зависит от конкретного характера неподвижной точки $\boldsymbol{\mu}^*$ [напр., вблизи гауссовой неподвижной точки (см. ниже) $r_0'=r_0s^2$ существен при всех d, $u'=us^{4-d}$ становится существенным при $d<4$, $u_6'=u_6s^{6-2d}$ — при $d<3$, а при $d<2$ возникает ещё ряд существенных параметров; параметр $c'=c$ является промежуточным при любых d]. Соответственно вдоль существенных «осей» $\boldsymbol{e}_j$ траектории «уходят» от точки $\boldsymbol{\mu}^*$, а вдоль несущественных — «подходят» (см., напр., рис. 2, 3) к ней (промежуточный случай нуждается в дополнит. исследовании); совокупность ортов, соответствующих «сходящимся» траекториям, образует подпространство, наз. областью притяжения $\boldsymbol{\mu}^*$ и являющееся частью критич. поверхности.

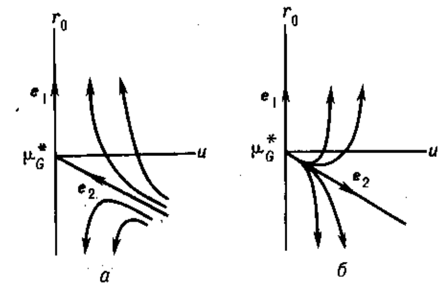

Рис. 2. Гауссова неподвижная точка μ_G^* со значениями параметров $r_0^*=u^*=0$ и собственные векторы e_1 и e_2 оператора R_s^L на плоскости двух параметров $(r_0,\ u)$. Линии тока и стрелки указывают направления движения $R_s\boldsymbol{\mu}$ с ростом s: *а* — устойчивая точка $(d>4)$; *б* — неустойчивая точка $(-2<d<4)$.

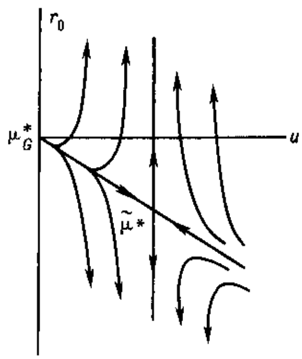

Рис. 3. Неустойчивая гауссова неподвижная точка μ_G^* и устойчивая нетривиальная неподвижная точка $\tilde{\mu}^*$ при $d<4$ $(d=4-\varepsilon,\ \varepsilon>0)$.

В окрестности $\boldsymbol{\mu}^*$ действие преобразования РГ имеет вид

$$R_s\boldsymbol{\mu}(T)\approx\boldsymbol{\mu}^*+t_1(T)s^{y_1}\boldsymbol{e}_1+O(s^{y_2})\approx$$
$$\approx\boldsymbol{\mu}^*\pm(s/\xi)^{1/\nu}\boldsymbol{e}_1+O(s^{y_2}), \qquad (5)$$

где учтено, что t_i — гладкие ф-ции T, обращающиеся в нуль при $T=T_c$ и $h=0$, так что $t_1(T)\sim A\tau$, $\tau\equiv(T-T_c)/T_c$, и введены обозначения $\xi=|A\tau|^{-\nu}$, $\nu=1/y_1>0$, а $y_2<0$ — наибольшее из всех $y_i\neq y_1$; при $h\neq 0$ вблизи T_c в правую часть (5) добавляется слагаемое $hs^{y_h}\boldsymbol{e}_h$, причём обычно $y_h>0$. Если кроме y_1 и y_h имеются ещё один или более существенных параметров, то неподвижная точка становится неустойчивой *поликритической точкой* (трикритической при одном дополнит. параметре, тетракритической при двух и т. д.). Неподвижная точка такого типа характеризуется т. н. кроссоверным показателем $\varphi_i=y_i\nu=y_i/y_1$ (соответствующее слагаемое в (5) имеет вид $t_i|t_1|^{-\nu}$ при $s=\xi=|t_1|^{-\nu}$), показывающим, насколько существен параметр t_1 при данной величине t_i.

Одной из осн. задач в методе РГ является классификация и анализ устойчивости возможных неподвижных точек и нахождения связанных с ними критич. поверхностей, масштабных полей и их критич. показателей. С этой целью широко используются методы топологии и качественной