x [$k^U(x)$ выражается через характеристические показатели]. Этот факт вытекает из анализа достаточно простой символич. модели (фактор-системы), к-рая существует у рассматриваемой ДС.

Приём, близкий к термодинамич. предельному переходу, используется при изучении фрактальной структуры (см. *Фракталы*) инвариантных множеств ДС и в нек-рых др. задачах. Весь этот круг идей получил название термодинамического формализма.

Некоммутативная Э. т.

Большая часть материала предыдущих разделов может быть изложена без обращения к фазовому пространству ДС, а с использованием вместо него тех или иных пространств ф-ций, заданных на X, напр. пространства L^∞ ограниченных измеримых комплекснозначных ф-ций. Это пространство допускает наряду с линейными операциями также операцию перемножения любых двух его элементов и операцию комплексного сопряжения. Тем самым оно является C^*-алгеброй, к-рая коммутативна, т.к. этим свойством обладает операция умножения. Всякая мера μ, заданная на X, определяет на этой алгебре положит. линейный функционал (состояние) ρ_μ, к-рый ставит в соответствие ф-ции f число $\int\limits_X f d\mu$, а ДС $\{T^t\}$ задаёт группу $\{U^t\}$ её автоморфизмов по ф-ле $(U^t f)(x) = f(U^t x)$. Если μ — инвариантная мера, то, очевидно, функционал ρ_μ инвариантен относительно этой группы: $\rho_\mu(U^t f) = \rho_\mu(f)$.

Описанный алгебраич. подход применим и в некоммутативном случае. Ему соответствует определение ДС как однопараметрич. группы автоморфизмов $\{\tau^t\}$ нек-рой C^*-алгебры $\mathscr{A}$, на к-рой задано состояние ρ, инвариантное относительно этой группы. Подобные объекты появляются в квантовой статистич. механике, в частности при определении равновесных состояний (КМШ-состояний), и в квантовой теории поля. Их изучение составляет предмет некоммутативной Э. т., основы к-рой были заложены Дж. фон Нейманом и И. Сигалом (I. Segal).

На некоммутативные ДС обобщаются многие понятия и факты Э. т., в т. ч. статистич. и индивидуальная эргодич. теоремы, имеющие дело со сходимостью средних

$$(1/n)\sum_{k=0}^{n-1}\tau^t A, \quad A\in\mathscr{A}$$

(случай дискретного времени), а также теорема о разложении на эргодич. компоненты и понятие перемешивания. Однако непосредств. обобщение возможно далеко не всегда. Так, в формулировке индивидуальной эргодич. теоремы фигурирует сходимость почти всюду — свойство, непосредственно связанное с фазовым пространством. Перенести это понятие на некоммутативный случай позволяет тот факт, что сходимость почти всюду равносильна равномерной сходимости вне множества произвольно малой меры (теорема Егорова). Намного сложнее, чем в коммутативном случае, определяется энтропия некоммутативной ДС. Имеются также некоммутативные аналоги К-систем. В целом некоммутативная Э. т. имеет гораздо менее завершённый вид, чем её коммутативный прототип.

Лит.: Халмош П., Лекции по эргодической теории, пер. с англ., М., 1959; Биллингслей П., Эргодическая теория и информация, пер. с англ., М., 1969; Алексеев В. М., Символическая динамика, в кн.: 11-я математическая школа. АН УССР, К., 1976; Орнстейн Д., Эргодическая теория, случайность и динамические системы, пер. с англ., М., 1978; Боуэн Р., Методы символической динамики, пер. с англ., М., 1979; Корнфельд И. П., Синай Я. Г., Фомин С. В., Эргодическая теория, М., 1980; Браттели У., Робинсон Д., Операторные алгебры и квантовая статистическая механика, пер. с англ., М., 1982; Peterson K., Ergodic theory, Cambridge, 1983; Заславский Г. М., Стохастичность динамических систем, М., 1984; Итоги науки и техники, сер. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления, т. 2, М., 1985; Темпельман А. А., Эргодические теоремы на группах, Вильнюс, 1986; Мартин Н., Ингленд Дж., Математическая теория энтропии, пер. с англ., М., 1988; Гальперин Г. А., Земляков А. Н., Математические бильярды, М., 1990; Синай Я. Г., Современные проблемы эргодической теории, М., 1995; Katok A., Hasselblatt B., Introduction to the theory of dynamical systems, Cambridge, 1995.

Б. М. Гуревич.

ЭРГОДИЧНОСТЬ — свойство неразложимости *динамической системы* с инвариантной мерой на две не связанные друг с другом подсистемы. Это свойство равносильно тому, что всякое измеримое инвариантное множество либо само имеет нулевую меру, либо отличается на множество нулевой меры от всего фазового пространства (см. *Эргодическая теория*). В случае, когда мера всего пространства конечна, Э. эквивалентна равенству временного среднего любой интегрируемой ф-ции (по бесконечному интервалу времени) её пространственному среднему. Э. стационарного в узком смысле случайного процесса x_t есть, по определению, Э. порождаемой им динамической системы (см. *Стационарный случайный процесс*). Это свойство можно выразить в терминах самого x_t: любой случайный процесс вида $y_t = f(x_{t_1}, \ldots, x_{t_n})$, где f — ограниченная измеримая ф-ция и $t_1, \ldots, t_n$ — любые фиксированные моменты времени, подчиняется *больших чисел закону*.

Под Э. *марковского случайного процесса* часто понимается иное (по существу, более сильное) свойство, а именно, сходимость при $t\to\infty$ любого нач. распределения P_0 к предельному стационарному распределению, не зависящему от P_0.

Б. М. Гуревич.

ЭРГОСФЕРА — область вблизи вращающихся компактных релятивистских объектов (*нейтронных звёзд* или *чёрных дыр*), находящаяся внутри поверхности бесконечного гравитац. красного смещения для источника, покоящегося относительно инерциального наблюдателя на пространственной бесконечности. В случае вращающейся чёрной дыры, описываемой метрикой Керра (см. *Керра пространство-время*), Э. лежит между поверхностью бесконечного красного смещения $g_{00}=0$, или $r^2-2Mr+a^2\cos\theta=0$, и горизонтом событий $r=r_+=M+\sqrt{M^2-a^2}$ (в системе единиц, где скорость света и гравитац. постоянная равны 1). Внутри Э. никакое физ. тело не может покоиться относительно удалённого наблюдателя, оно должно вращаться вокруг компактного объекта в ту же сторону, что и он сам. Существование Э. является специфическим гравитационно-релятивистским эффектом, отсутствующим в теории ньютоновской гравитации.

При нестационарном движении физ. объектов внутри Э. их полная энергия, измеренная относительно удалённого наблюдателя, может быть отрицательной. Это даёт возможность отнимать энергию вращения от компактных релятивистских объектов посредством разл. физ. процессов (процесса Пенроуза — распада влетевшего в Э. тела на две или более частей с последующим вылетом одного из осколков из Э., эффекта суперрадиации — усиления электромагнитных и гравитац. волн при рассеянии на вращающейся чёрной дыре, *аккреции* замагниченной плазмы и др.). В ходе этих процессов вращение релятивистских объектов замедляется, а их Э. сжимается (но площадь поверхности горизонта событий чёрной дыры всегда возрастает).

А. А. Старобинский.

ЭРЕНФЕСТА ТЕОРЕМЫ — теоремы, утверждающие, что ср. значения величин (координат, импульса, энергии), характеризующих движение частицы в квантовой механике, а также ср. значение силы, действующей на частицу, связаны между собой ур-ниями, аналогичными соответствующим ур-ниям классич. механики. Установлены П. Эренфестом (P. Ehrenfest, 1927) на основе сопоставления частице пакета волн де Бройля $\psi(x, t)$ (см. *Волновой пакет*). В случае одной пространств. координаты (x), учитывая, что $|\psi(x, t)|^2$ есть плотность вероятности обнаружить частицу в нек-рой точке x, естественно вводится понятие «центра (тяжести)» волнового пакета как ср. значения координаты:

$$\langle x\rangle = \int \psi^* \hat{x} \psi\, dx, \qquad (1)$$

при этом считается, что $\psi(x, t)$ достаточно быстро спадает